

Karl-Heinz Schimmelpfennig*, Udo Nackenhorst**

Fahrzeuggespanne als Eingangsgröße

für die

Kollisionsgeschwindigkeitsberechnung

– Erweitertes Rhomboid-Schnitt-Verfahren –

Zusammenfassung

In der Verkehrsunfallrekonstruktion haben sich die Verfahren der grafischen Darstellung des Impuls- und Drehimpuls-Erhaltungssatzes für die Bestimmung der Kollisionsgeschwindigkeit bei Fahrzeug-Fahrzeug-Kollisionen als äußerst wirkungsvolles Werkzeug erwiesen. In dieser Arbeit werden die Erhaltungssätze der Mechanik für gekoppelte Zwei-Körper-Systeme abgeleitet und deren grafische Darstellung in der Impulsebene aufgezeigt. Damit ist die Möglichkeit geschaffen, Kollisionen, bei denen Fahrzeuggespanne beteiligt sind, auf herkömmliche Weise zu bearbeiten.

Summary

In traffic accident reconstruction, the graphical depiction methods of linear and angular momentum conservation principles for determining the collision speed in vehicle-vehicle collisions have proved extremely useful. In this paper, the conservation principles for the mechanics of coupled two-vehicle systems are deduced, together with their graphical depiction in the momentum plane. It is thus possible to deal with collisions in which coupled vehicles are involved in the conventional way.

1 Einleitung

Eine klassische Aufgabe des Unfallanalytikers ist die Berechnung der Kollisionsgeschwindigkeiten bei der Kollision zweier Einzelfahrzeuge.

Die Frage, ob die zur Verfügung stehenden Grundgesetze der Mechanik – Impulserhaltungssatz, Drehimpulserhaltungssatz und Energieerhaltungssatz – für die Berechnung eindimensionaler oder zweidimensionaler Fahrzeugkollision herangezogen werden dürfen, kann als beantwortet gelten. Zahlreiche Veröffentlichungen beschreiben grundsätzliche Möglichkeiten zur Vorgehensweise. Parallel durchgeführte Versuche wurden auf Basis der Erhaltungssätze der Mechanik nachgerechnet. Die Ergebnisse waren mehr als zufriedenstellend.

Ob nun das eine oder das andere vorgestellte Berechnungsverfahren in der Praxis der Verkehrsunfallrekonstruktion angewendet wird, ist gleichgültig. Da alle Verfahren auf den gleichen Grundgesetzen basieren, müssen praktisch alle Verfahren zum gleichen Ergebnis führen. Ist dieses nicht der Fall, hängt dieses einzig und allein von der Sorgfalt des Anwenders ab. Es ist auch absolut gleichgültig, ob manuell oder unter Zuhilfenahme eines Kleinrechners gearbeitet wird. Die derzeitige Praxis zeigt zumindest bei komplex gelagerten Ausgangssituationen wieder einen Trend zur manuellen Bearbeitung.

Im weiteren bietet sich die Anwendung der Grundgesetze auf Sonderprobleme bei Fahrzeug/Fahrzeug-Kollisionen an. Zu nennen ist hier z. B. der Serienauffahrunfall [1], oder die Eingrenzung des Unfallortes ausgehend von den Endstellungen der Fahrzeuge [2, 3].

Bisher unveröffentlicht sind Verfahren, mit denen die Beteiligung gekoppelter Mehrkörpersysteme, wie z.B. Fahrzeuggespanne (Pkw mit Einachsanhänger, Sattelzüge und Lkw mit Zweiachsanhänger), bei Kollisionen zu erfassen sind. Ein relativ häufig vorkommender Fall ist z.B. die Kollision eines Pkw mit einem einbiegenden landwirtschaftlichen Gespann (Trecker mit Anhänger). In der bisherigen Praxis der Unfallrekonstruktion wird der Einfluß der Mehrkörpersysteme bei Kollisionen in der Regel übergangen. Ver-

bal wird dargelegt, daß in dem einen Fall z. B. nur die Masse des Anhängers in den Rechengang einzufließen habe, in einem anderen Fall die Gesamtmasse des Gespannes. Sowohl das eine wie auch das andere kann im konkreten Fall nicht korrekt sein, wenn es auf Feinheit ankommt.

Die vorliegende Arbeit zeigt, wie das Problem der Kollision unter Beteiligung von Fahrzeuggespannen mit Hilfe der Erhaltungssätze der Mechanik zu lösen ist. Die Basis des Lösungsganges ist das in [4, 5] vorgestellte Verfahren zur Berechnung der Kollisionsgeschwindigkeiten bei Fahrzeug/Fahrzeug-Kollisionen – Rhomboid-Schnitt-Verfahren.

Seit SLIBAR [6] hat sich die grafische Stoßbeschreibung in der Impulsebene für die Praxis als äußerst wirkungsvoll erwiesen. Das ursprüngliche Verfahren wurde in [4] erweitert und ist auch heute noch konkurrenzfähig zu den rein numerischen Methoden. Die grafische Vorgehensweise bringt den Vorteil, daß bei der Erarbeitung der Lösung der physikalische Hintergrund stets vor Augen bleibt. Auch die Auswirkung von Toleranzen der Eingabedaten auf das Ergebnis stellt sich sehr anschaulich dar. Ferner besteht die Möglichkeit, den Ergebnisbereich durch gleichzeitige Anwendung mehrerer Erhaltungssätze der Mechanik abzusichern.

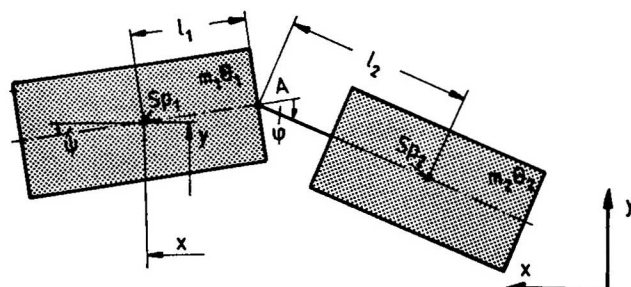


Bild 1 a ebenes Zwei-Körper-Modell mit vier Freiheitsgraden
Fig. 1 a plane two-body model with four variables

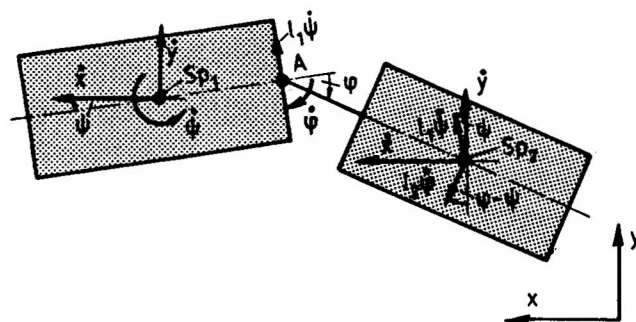


Bild 1 b Geschwindigkeitszustand
Fig. 1 b speed status

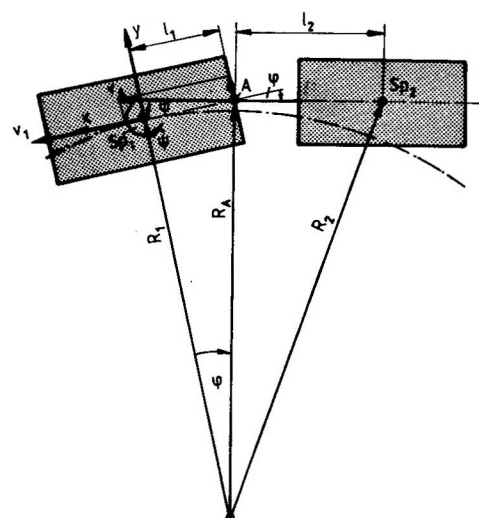


Bild 2 Geometrie der stationären Kreisfahrt
Fig. 2 geometrical relationships in the case of stationary circular motion

*Dipl.-Ing. Karl-Heinz Schimmelpfennig, Öffentlich bestellter und vereidigter Sachverständiger für Straßenverkehrsunfälle, Ing.-Büro Schimmelpfennig und Becke, 4400 Münster-Wolbeck, Im Bils-kamp 2 F;

**Dipl.-Ing. Udo Nackenhorst

2 Die Kollision von Gespannen mit ungelenktem Anhänger

Im folgenden wird die Theorie des Stoßes auf Zwei-Körper-Systeme mit vier Freiheitsgraden, **Bild 1** zeigt das zugrunde gelegte ebene Modell, für die direkte Anwendung des Impuls-Spiegel-Verfahrens und des Drehimpuls-Spiegel-Verfahrens aufbereitet. Die Zusammenfügung beider Verfahren führt auf das Rhomboid-Schnitt-Verfahren. Die grundlegenden, allgemeingültigen Beziehungen für die Behandlung des ebenen Stoßes auf ein Zwei-Körper-System mit vier Freiheitsgraden lassen sich sehr elegant mit Hilfe der LAGRANGE'schen Gleichung II. Art [7] ableiten. Mit den gleichen Restriktionen, wie sie auch bei der Anwendung der Stoßmechanik auf Fahrzeug/Fahrzeug-Kollisionen gelten, kann diese Theorie auf die Kollision von Gespannen mit Fahrzeugen Anwendung finden. Diese betreffen insbesondere die Lageänderung des Systems in der Kollisionsphase infolge der endlichen Kollisionsdauer. Die Praxis hat gezeigt, daß diesem Einwand, auch bei überdurchschnittlich langen Kontaktphasen, mit der Einführung einer mittleren Kollisionskonstellation Rechnung zu tragen ist.

2.1 Erweitertes Impuls-Spiegel-Verfahren

Zur Anwendung des Impuls-Spiegel-Verfahrens wird das Koordinatensystem zweckmäßigerweise so gewählt, daß die x-Achse mit der Bahntangente des Zugfahrzeuges zum Kollisionsbeginn »t₁« zusammenfällt (**Bild 2**). Ferner wird vereinfachend von einer stationären Kreisfahrt des Gespannes zum Zeitpunkt des Kollisionsbeginns ausgegangen. Mit diesen Voraussetzungen gelten die kinematischen Anfangsbedingungen:

$$\dot{x}(t_1) = v_1, \dot{y}(t_1) = 0, \dot{\phi}(t_1) = 0, \psi(t_1) = 0, \dot{\psi}(t_1) = \text{konst.}$$

Nach **Bild 2** ergeben sich folgende geometrische Zusammenhänge:

$$\dot{\psi}(t_1) = \frac{v_1}{R_1} \quad (1)$$

$$\sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + (R_1/l_1)^2}} \quad (2)$$

$$\cos \varphi = \frac{R_1/l_1}{\sqrt{1 + (R_1/l_1)^2}} \quad (3)$$

Der Stoßeinlaufimpuls des Gespannes, ausgedrückt durch die kartesischen Komponenten, lautet dann:*

$$J_x = (m_1 + m_2) \cdot v_1 \quad (4)$$

$$J_y = m_2 \cdot \frac{l_1}{R_1} \cdot v_1 \quad (5)$$

Der Betrag des Stoßeinlaufimpulsvektors ist:

$$|\vec{J}| = v_1 \cdot \sqrt{(m_1 + m_2)^2 + (m_2 \cdot l_1/R_1)^2} \quad (6)$$

Die Orientierung des Stoßeinlaufimpulses in der I_x/I_y-Ebene ergibt sich aus:

$$\tan \alpha_J = \frac{l_1/R_1}{1 + m_1/m_2} \quad (7)$$

Aus Gleichung (7) ist abzulesen, daß die Richtung des Stoßeinlaufimpulses eines Gespannes nur dann wesentlich von der Fahrtrichtung des Zugfahrzeuges abweicht, wenn ein großes Massenverhältnis ($m_2 \gg m_1$) vorliegt – wie z. B. bei Sattelzügen – und der gefahrene Bahnradius R_1 relativ klein ist. Die Beziehungen für den Fall, daß sich das Gespann zu dem Zeitpunkt der Kollision auf einer geradlinigen Bahn bewegte, ergeben sich aus Gleichung (1) bis (7) mit $R_1 \rightarrow \infty$.

Die Komponenten des Stoßauslaufimpulses lauten:

$$J_x' = (m_1 + m_2) \cdot \dot{x}' + m_2 l_2 \cdot \sin \varphi \cdot \dot{\phi}' \quad (8)$$

$$J_y' = (m_1 + m_2) \cdot \dot{y}' + m_2 \cdot l_1 \cdot \dot{\psi}' - m_2 \cdot l_2 \cdot \cos \varphi \cdot \dot{\phi}' \quad (9)$$

Die Analyse der Auslaufbewegung liefert den Geschwindigkeitszu-

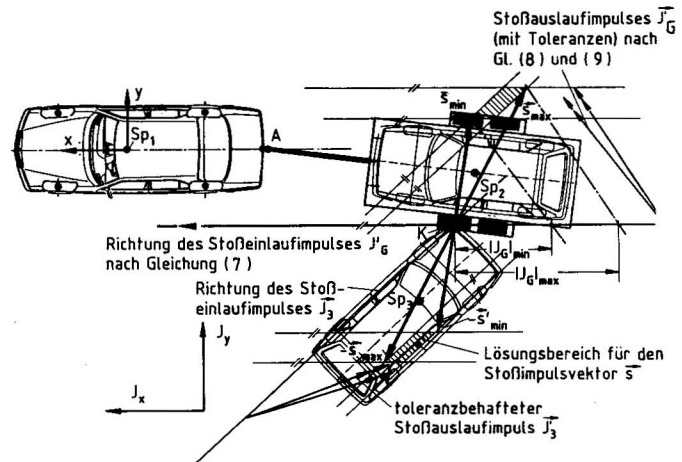


Bild 3 erweitertes Impuls-Spiegel-Verfahren
Fig. 3 extended momentum image method

stand des Gespannes unmittelbar nach der Kollision. Auf die ergänzenden Gesichtspunkte, die bei der Auslaufanalyse gekoppelter Zwei-Körper-Systeme zu beachten sind, sei hier nur hingewiesen, diese Zusammenhänge werden zu einem späteren Zeitpunkt ausführlich geschildert.

Damit liegt der Stoßauslaufimpulsvektor nach Gleichung (8) und (9) fest. Die weitere Vorgehensweise ist, wie **Bild 3** zeigt, völlig analog zu der in [4] beschriebenen Konstruktion bei Fahrzeug-/Fahrzeug-Kollisionen.

Ist so der Betrag des Stoßeinlaufimpulses ermittelt, erhält man aus Gleichung (6) die Kollisionsgeschwindigkeit v_1 des Gespannes.

2.2 Erweitertes Drehimpuls-Spiegel-Verfahren

Auch die Drallsätze des Systems lassen sich in der Impuls-Ebene grafisch darstellen; und es kann nach dem Drehimpuls-Spiegel-Verfahren eine Lösung erarbeitet werden.

Der Drallsatz des Systems in bezug auf den Schwerpunkt des Zugfahrzeuges lautet:

$$\vec{D}'_{(SP1)} - \vec{D}_{(SP1)} = \vec{L}_{(SP1)} \quad (10)$$

Der Drallvektor $\vec{D}$ und der Impulsmomentenvektor $\vec{L}$ stehen dabei immer senkrecht auf der Impulsebene, so daß im folgenden auf das Vektorsymbol verzichtet werden kann.

Mit der getroffenen Vereinbarung bezüglich der Wahl des Koordinatensystems und der stationären Kreisfahrt erhält man den Drall des Systems vor der Kollision:

$$D_{(SP1)} = (\Theta_1 + m_2 l_1^2) \cdot \frac{v_1}{R_1} \quad (11)$$

Der Drall des Systems in bezug auf den Schwerpunkt SP_1 unmittelbar nach der Kollision ist:

$$D'_{(SP1)} = (\Theta_1 + m_2 l_1^2) \cdot \dot{\psi}' + m_2 \cdot l_1 (\dot{y}' - l_2 \cos \varphi \cdot \dot{\phi}') \quad (12)$$

$L_{(SP1)}$ ist das Impulsmoment der Kollisionskräfte in bezug auf den Schwerpunkt des Zugfahrzeuges:

$$L_{(SP1)} = |\vec{S} \times (\vec{r}_K - \vec{r}_{SP1})| \quad (13)$$

Neben dem Drallsatz des Systems kann ein weiterer, der »Relativ«-Drallsatz des Anhängers in bezug auf den Kuppelpunkt A, angegeben werden:

$$D_{(A)}' - D_{(A)} = L_{(A)} \quad (14)$$

Hierbei sind zwei mögliche Fälle zu unterscheiden:

1. Der Stoß trifft auf den Anhänger, dann folgt für das Impulsmoment:

$$L_{(A)} = |\vec{S} \times (\vec{r}_K - \vec{r}_A)| \quad (15)$$

2. Der Stoß trifft auf das Zugfahrzeug, dann ist das Impulsmoment:

$$L_{(A)} = 0 \quad (16)$$

Mit Gleichung (14) erhält man in diesem Fall eine rein arith-

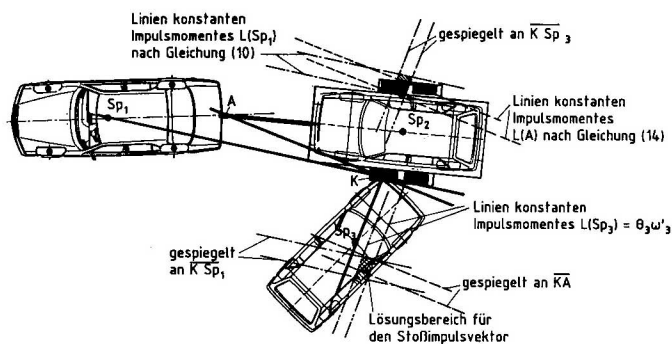


Bild 4 erweitertes Drehimpuls-Spiegel-Verfahren
Fig. 4 extended angular-momentum image method

metische Beziehung zur Bestimmung einer unbekannten Größe.

Der Relativ-Drall des Anhängers zum Zeitpunkt vor der Kollision ist für die stationäre Kreisfahrt:

$$D_{(A)} = 0 \quad (17)$$

Zum Zeitpunkt nach der Kollision lautet der Relativ-Drall:

$$D'_{(A)} = (\Theta_2 + m_2 l_2^2) \cdot \ddot{\varphi}' + m_2 \cdot l_2 (\sin \varphi \cdot \ddot{x}' - \cos \varphi \cdot \ddot{y}' - l_1 \cos \varphi \cdot \ddot{\psi}') \quad (18)$$

Mit Hilfe des erweiterten Drehimpuls-Spiegel-Verfahrens ist dann eine eindeutige Beziehung zu dem Bewegungszustand des Kollisionspartners herzustellen, wie dieses in Bild 4 gezeigt ist. Dazu werden zunächst die Basislinien als die Verbindungsgeraden des Kontaktpunktes »K« mit den Bezugspunkten des Impulsmomentes Sp1 und Sp3 und dem ersten Stoßfall auch mit dem Kuppelpunkt »A« eingezeichnet. Parallel zu den Basislinien sind die Linien konstanten Impulsmomentes L(Sp1) nach Gleichung (10), L(Sp3) = Theta3 * omega3 und ggf. L(A) nach Gleichung (14). Die Spitze des Stoßimpulsvektors muß auf diesen Linien liegen. Durch Spiegelung der Geraden L(pj) = konstant an den Basislinien erhält man, wie in [4] ausführlich beschrieben, Schnittpunkte (bzw. bei toleranzbehafteten Eingabedaten Schnittbereiche), die die Spitze des Stoßimpulsvektors festlegen.

3 Die Kollision von Gespannen mit gelenktem Anhänger – 5 Freiheitsgrade

3.1 Erweitertes Impuls-Spiegel-Verfahren

Zur Beschreibung von Kollisionen mit Lastzügen u.ä., die über einen gelenkten Anhänger verfügen, muß das Zwei-Körper-Modell um einen Freiheitsgrad, nämlich der Bewegung im Drehkranz, erweitert werden (Bild 5). Zum Zeitpunkt des Kollisionsbeginns wird wiederum die stationäre Bewegung auf einer Kreisbahn vorausgesetzt und die x-Achse des Koordinatensystems zusammenfallend mit der Bahrtangente des Zugfahrzeuges gewählt.

Die sich dabei ergebenden geometrischen Verhältnisse gehen aus Bild 6 hervor:

$$\sin \varphi = \frac{l_1 / R_1}{\sqrt{1 + (l_1 / R_1)^2}} \quad (19)$$

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + (l_1 / R_1)^2}} \quad (20)$$

$$\sin \gamma = \frac{l_d}{\sqrt{l_1^2 + l_d^2 + R_1^2}} \quad (21)$$

$$\cos \gamma = \frac{\sqrt{l_1^2 + R_1^2}}{\sqrt{l_1^2 + l_d^2 + R_1^2}} \quad (22)$$

Nach trigonometrischen Umformungen erhält man ferner:

$$\sin (\gamma + \varphi) = \frac{\frac{l_1}{R_1} + \frac{l_d / R_1}{\sqrt{1 + (l_1 / R_1)^2}}}{\sqrt{1 + \frac{l_1^2 + l_d^2}{R_1^2}}} \quad (23)$$

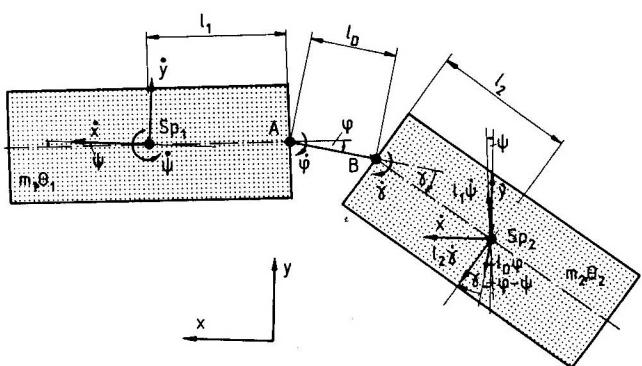


Bild 5 ebenes Zwei-Körper-Modell mit fünf Freiheitsgraden
Fig. 5 plane two-body model with five variables

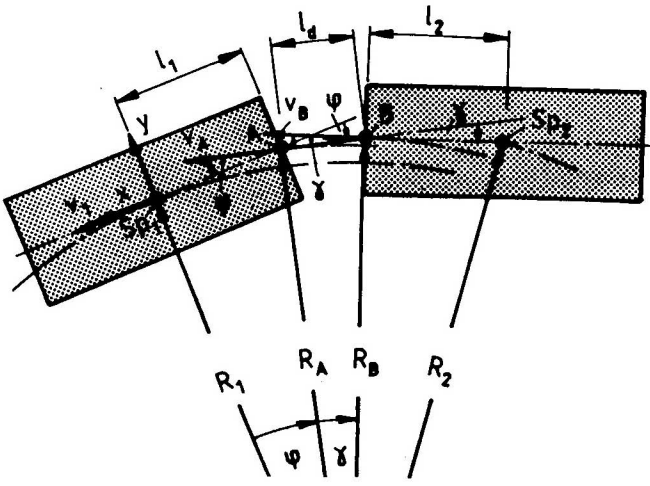


Bild 6 Geometrie der stationären Kreisfahrt beim Modell mit fünf Freiheitsgraden
Fig. 6 geometry of stationary circular motion for a model with five variables

$$\cos (\gamma + \varphi) = \frac{1 - \frac{l_1}{R_1} \frac{l_d / R_1}{\sqrt{1 + (l_1 / R_1)^2}}}{\sqrt{1 + \frac{l_1^2 + l_d^2}{R_1^2}}} \quad (24)$$

Analog zur Vorgehensweise beim Modell mit 4 Freiheitsgraden erhält man den Impuls des Gespannes vor der Kollision zu:

$$J_x = (m_1 + m_2) \cdot v_1 \quad (25)$$

$$J_y = m_2 \cdot \frac{l_1}{R_1} \cdot v_1 \quad (26)$$

und den Orientierungswinkel des Einlaufimpulses:

$$\tan \alpha_J = \frac{l_1 / R_1}{1 + m_1 / m_2} \quad (27)$$

Der Impuls des Gespannes nach der Kollision folgt aus:

$$J_{x'} = (m_1 + m_2) \cdot \ddot{x}' + m_2 \cdot l_d \cdot \sin \varphi \cdot \ddot{\varphi}' + m_2 l_2 \cdot \sin (\gamma + \varphi) \cdot \ddot{\gamma}' \quad (28)$$

$$J_{y'} = (m_1 + m_2) \cdot \ddot{y}' + m_2 \cdot l_1 \cdot \ddot{\psi}' - m_2 l_d \cos \varphi \cdot \ddot{\varphi}' - m_2 l_2 \cdot \cos (\gamma + \varphi) \cdot \ddot{\gamma}' \quad (29)$$

Mit diesen Beziehungen kann wiederum eine Lösung mit Hilfe des Impuls-Spiegel-Verfahrens nach [4] ermittelt werden.

3.2 Erweitertes Drehimpuls-Spiegel-Verfahren

Die Dralle des Systems in bezug auf den Punkt Sp1 lauten für das Modell mit fünf Freiheitsgraden:

$$D_{(SP1)} = (\Theta_1 + m_2 l_1^2) \cdot \frac{v_1}{R_1} \quad (30)$$

$$D'_{(SP1)} = (\Theta_1 + m_2 l_1^2) \cdot \ddot{\psi}' + m_2 l_1 (\ddot{y}' - l_d - \cos \varphi \cdot \ddot{\varphi}' - l_2 \cos (\gamma + \varphi) \cdot \ddot{\psi}') \quad (31)$$

und es gilt der Drehimpulserhaltungssatz

$$D'_{(SP1)} - D_{(SP1)} = L_{(SP1)} = \vec{I}\vec{S} \times (\vec{r}_K - \vec{r}_{SP1}) \quad (32)$$

Auch für das System mit 5 Freiheitsgraden lassen sich wieder Relativdralle in bezug auf die ausgezeichneten Punkte, hier der Kuppelpunkt A und der Drehgelenkspunkt B angeben. Man erhält die Dralländerung des Anhängers in bezug auf den Punkt A mit:

$$D_{(A)} = 0 \quad (33)$$

$$D'_{(A)} = m_2 \cdot l_d^2 \cdot \ddot{\varphi}' + m_2 \cdot l_d \cdot \left[(\ddot{x}' + l_2 \cdot \sin(\gamma + \varphi) \cdot \ddot{\gamma}') \cdot \sin\varphi - (\ddot{y}' + l_1 \ddot{\psi}' - l_2 \cos(\gamma + \varphi) \cdot \ddot{\gamma}') \cdot \cos\varphi \right] \quad (34)$$

und in bezug auf den Punkt B:

$$D_{(B)} = m_2 \cdot l_2 \left[\sin(\gamma + \varphi) - \frac{l_1}{R_1} \cos(\gamma + \varphi) \right] \cdot v_1 \quad (35)$$

$$D'_{(B)} = (\Theta_2 + m_2 \cdot l_2^2) \cdot \ddot{\varphi}' + m_2 \cdot l_2 \cdot \left[(\ddot{x}' + l_d \sin\varphi \cdot \ddot{\varphi}') \cdot \sin(\gamma + \varphi) - (\ddot{y}' + l_1 \ddot{\psi}' - l_d \cos\varphi \cdot \ddot{\varphi}') \cdot \cos(\gamma + \varphi) \right] \quad (36)$$

Es gelten dann die Drehimpulserhaltungssätze:

$$D'_{(A)} - D_{(A)} = L_{(A)} \quad (37)$$

$$D'_{(B)} - D_{(B)} = L_{(B)} \quad (38)$$

mit den Impulsmomenten

$$L_{(A)} = |\vec{S} \times (\vec{r}_K - \vec{r}_A)| \quad (39)$$

$$L_{(B)} = |\vec{S} \times (\vec{r}_K - \vec{r}_B)| \quad (40)$$

für die Kollision mit dem Anhänger (Körper 2). Für den Fall der Kollision mit der Zugmaschine gilt:

$$L_{(A)} = 0$$

$$L_{(B)} = 0$$

Mit diesen Gleichungen liegen auch in diesem Fall alle notwendigen Verknüpfungen zur Anwendung des Drehimpuls-Spiegel-Verfahrens [4] vor.

4 Zusammenfassung

Der Fragenkatalog zur Berechnung der Kollisionsgeschwindigkeiten bei der Kollision von Einzelfahrzeugen ist beantwortet. Die globale Anwendung der Erhaltungssätze der Mechanik hat sich dabei für die praktische Verkehrsunfallrekonstruktion als hinreichend genau erwiesen.

Die Behandlung von Kollisionen unter Beteiligung von Fahrzeuggespannen, also gekoppelten Mehr-Körper-Systemen ließ neue Fragen aufkommen.

In der vorliegenden Arbeit wurde diese Problematik aufgegriffen und die Erhaltungssätze – Impuls- und Drehimpulserhaltungssatz – für Zwei-Körper-Systeme mit 4 Freiheitsgraden (z. B. Personewagengespanne, Sattelzüge) und solchen mit 5 Freiheitsgraden (z. B. Trecker mit Anhänger, Lastzüge) abgeleitet.

Die grafische Darstellung dieser Erhaltungssätze in der Impuls-Ebene wurde aufgezeigt. Mit Hilfe der bei »Ein-Körper-Kollisionen« bewährten Vorgehensweise über das Impuls-Spiegel- und Drehimpuls-Spiegel-Verfahren, in der Überlagerung als Rhomboid-Schnitt-Verfahren bezeichnet, kann jetzt auch für die Kollision unter Beteiligung von Fahrzeuggespannen eine geschlossene Lösung erarbeitet werden.

Formelzeichen:

$D_{(Pj)}$	Drall (– Vektor) bezüglich des Punktes P_j zum Zeitpunkt 't ₁ ' vor der Kollision
$D'_{(Pj)}$	Drall (– Vektor) bezüglich P_j nach der Kollision
$\vec{r}$	Impulsvektor
l_x, l_y	kartesische Komponenten des Impulsvektors vor der Kollision
l'_x, l'_y	kartesische Komponenten des Impulsvektors nach der Kollision
$L_{(Pj)}$	Impulsmoment bezüglich des Punktes P_j
m_1	Masse des Zugfahrzeuges
m_2	Masse des Anhängers
R_1	Bahnradius des Zugfahrzeuges vor der Kollision
$\vec{r}_{Pj}$	Ortsvektor zum Punkt P_j
$\vec{S}$	Stoßimpulsvektor
x, y	kartesische Koordinaten
Θ_1	Massenträgheitsmoment des Zugfahrzeuges
Θ_2	Massenträgheitsmoment des Anhängers
α_j	Orientierungswinkel des Stoßeinlaufimpulsvektors in der l_x, l_y -Ebene
γ	Relativwinkel des gelenkten Anhängers zur Deichsel
φ	Relativwinkel der Deichsel gegenüber dem Zugfahrzeug
ψ	Gierwinkel des Zugfahrzeuges
$(\dot{})$	Zeitableitung (Geschwindigkeitsgröße)

Literaturnachweis

- [1] Schimmelpfennig, K.-H.; Die Analyse von Serien-Auffahrunfällen mit Hilfe des Delta-V-Schnitt-Verfahrens, der Verkehrsunfall, 1984, Heft 3
- [2] Schimmelpfennig, K.-H.; Nackenhorst, U.; Eingrenzung des Unfallortes aus den Fahrzeug-Endstellungen – Stoß-Differenzweg-Verfahren – Verkehrsunfall und Fahrzeugtechnik, 1985, Heft 7/8
- [3] Schimmelpfennig, K.-H.; Rennich, D.; Geschwindigkeits-Weg-Diagramm zur Bestimmung des Unfallortes bei Auffahrunfällen-V-S-Verfahren-, Verkehrsunfall und Fahrzeugtechnik, 1986, Heft 1
- [4] Schimmelpfennig, K.-H.; Becke, M.; Ausnutzung der Symmetriebedingungen beim Impuls-Diagramm zur engeren Eingrenzung der Kollisionsgeschwindigkeiten unter gleichzeitiger Berücksichtigung des Drallsatzes, der Verkehrsunfall, 1980, Heft 10
- [5] Schimmelpfennig, K.-H.; Hebing, N.; – Das Energie-Ring-Verfahren – Grafische Lösung der Stoßgleichung unter Einbeziehung der Formänderungsenergie, der Verkehrsunfall, 1982, Heft 9
- [6] Slibar, A.; Das Antriebs-Balance-Diagramm als optimales Hilfsmittel der Unfallanalyse, der Verkehrsunfall, 1973, Heft 2
- [7] Lehmann, Th.; Elemente der Mechanik, Bd. III: Kinetik Braunschweig; Wiesbaden: Vieweg, 1983

*Auf die detaillierte Ableitung der Impuls- und Drallgleichungen m. H. der LAGRANGE'schen Gleichung wird an dieser Stelle verzichtet.