Manfred Becke* Udo Nackenhorst**

Auslaufanalyse bei Gespannen

Zusammenfassung
Die Analyse von Verkehrsunfällen, bei denen Fahrzeuggespanne beteiligt waren, erfordert ergänzende theoretische Überlegungen. In der vorliegenden Arbeit werden ausgehend vom Arbeitssatz der Mechanik die Grundgleichungen für die Auslaufanalyse von Fahrzeuggespannen hergeleitet.

Summary
The reconstruction of traffic accidents with coupled two vehicles requires supplementary theoretical thoughts. In this paper the fundamental equations for the analysis of the after-crash-phase are deducted from the work-theorem of mechanics.

1 Situation

In einer früheren Veröffentlichung [1] wurden die mechanischen Grundlagen zur Beschreibung von Kollisionen vorgestellt, an denen Fahrzeuggespanne beteiligt waren. Solche Unfallabläufe konnten mit Hilfe des »erweiteren Romboid-Schnitt-Verfahrens« auf dem grafischen Weg beschrieben werden.

Der Eingabedatensatz für das erweiterte Rhomboid-Schnitt-Verfahren ist der vollständig beschriebene Geschwindigkeitszustand des Fahrzeuggespanns unmittelbar nach der Kollision; er muß aus dem Spurenbild der Auslaufbewegung erarbeitet werden. Dafür sind die Methoden zu erweitern, die bei Einzelfahrzeugen angewendet werden (z.B. [2]). Für Gespanne muß die Auslaufanalyse zusätzlich Aufschluß darüber liefern, wie sich der Anhänger relativ zum Zugfahrzeug bewegt hat.

In dieser Arbeit werden die grundlegenden Zusammenhänge zur Beschreibung des Geschwindigkeitszustandes von Fahrzeuggespannen auf der Basis des Spurenmaterials vorgestellt. Der Lösungsweg wird beispielhaft anhand einer manuellen Auslaufanalyse in Anlehnung an Becke/Golder [2] aufgezeigt.

2 Mechanische Grundlagen

Ziel der Auslaufanalyse ist es, den Geschwindigkeitszustand eines Unfallfahrzeugs unmittelbar nach dem »Stoß« zu beschreiben (Stoßauslauf-Geschwindigkeitszustand) und damit die Eingabedaten für die kollisionsmechanische Auswertung zu ermitteln.

Die klassischen Methoden der Auslaufanalyse basieren auf dem Arbeitssatz der Mechanik: Die mechanische Energie, die ein Fahrzeug (Gespann) unmittelbar nach dem Stoß besitzt, wird in erster Linie durch die Reibarbeit der Reifen dissipiert. Wenn man andere dissipative Arbeiten (aerodynamische Verluste, Lagerreibungsverluste usw.) vernachlässigt, gilt:

$$W_R = E_m \tag{1}$$

*Dipl.-Ing. Manfred Becke Öffentlich bestellter und vereidigter Sachverständiger für Straßenverkehrsunfälle und Kfz-Technik, Schimmelpfennig u. Becke, Münsterstr. 101, 4400 Münster-Wolbeck;
**Dipl.-Ing. Udo Nackenhorst, Birkenweg 4, 2000 Hamburg-Barsbüttel

Die mechanische Energie E_m setzt sich additiv aus einem kinetischen Anteil E_k und einem potentiellen Anteil E_p zusammen:

$$E_m = E_K + E_p \tag{2}$$

In der Praxis der Verkehrsunfallrekonstruktion kommt es nun darauf an, die Reibarbeit W_R aus dem vorliegenden Spurenbild zu ermitteln; sie ist der mechanischen Energie gleichzusetzen. Die inkrementelle Vorgehensweise zur Bestimmung der Reibarbeit aus gekrümmten Spuren und die darauf basierende Geschwindigkeitsermittlung für ein Einzelfahrzeug wurde bereits in [2] aufgezeigt. Für das System Zugfahrzeug-Anhänger müssen die Betrachtungen um einen Freiheitsgrad erweitert werden. Welche Auswirkungen das hat, wird auf den folgenden Seiten gezeigt.

2.1 Gespanne mit vier Freiheitsgraden

In Anlehnung an [1] sind Gespanne mit vier Freiheitsgraden (Gespanne mit ungelenktem Anhänger) oder fünf Freiheitsgraden (Gespanne mit gelenktem Anhänger) zu unterscheiden. Die eigentliche räumliche Bewegung der Körper wird dabei idealisiert als »eben« betrachtet. Dadurch entstehen zwar einige Ungenauigkeiten (Radlastverlagerungen führen zu Momenten um die Hochachse), diese sind in der Praxis der Verkehrsunfallrekonstruktion jedoch nur in extremen Fällen von bedeutsamer Größenordnung [3].

Der Bewegungszustand eines mechanischen Systems mit n Freiheitsgraden ist durch die Angabe von n Geschwindigkeiten vollständig beschrieben. Die Auslaufanalyse für ein Gespann mit vier Freiheitsgraden muß also vier unabhängige Geschwindigkeiten liefern. Vorher sind aber die Gleichungen für die kinetische Energie so aufzubereiten, daß diese explizit nach jeder einzelnen Geschwindigkeitsgröße aufgelöst werden können.

Sinnvollerweise wählt man als Referenzgeschwindigkeiten:

ϑ_1 – die Schwerpunktgeschwindigkeit des Zugfahrzeugs,
ϑ_2 – die Schwerpunktgeschwindigkeit des Anhängers,
ψ – die Gierwinkelgeschwindigkeit des Zugfahrzeugs und
φ – die absolute Winkelgeschwindigkeit des Anhängers.

Die kinetische Energie eines Gespanns mit vier Freiheitsgraden läßt sich damit wie folgt beschreiben:

$$E_k = \tfrac{1}{2}\,[m_1\,(v_1^2 + i_1^2 \cdot \psi^2) + m_2\,(v_2^2 + i_2^2 \cdot \varphi^2)] \tag{3}$$

Eine solche ebene Bewegung kann als reine Drehung um die jeweiligen Momentanpole P_{ij} dargestellt werden. Die Momentanpole erhält man, indem man die Lote auf den Bahntangenten (Geschwindigkeitsvektoren) zweier beliebiger Punkte der »Scheibe« zum Schnitt bringt. Für das betrachtete System gibt es drei ausgezeichnete Punkte, die sich besonders gut für die Polkonstruktion eignen:

1. der Schwerpunkt von Zugfahrzeug 'S_1'
2. der Schwerpunkt des Anhängers 'S_2'
3. der Kuppelpunkt 'K'.

Mit den in **Bild 1** eingezeichneten Polstrecken R_{S1}, R_{K1}, R_{K2} und R_{S2} erhält man nun die Geschwindigkeiten:

$$v_1 = R_{s1} \cdot \psi \tag{4}$$

und

$$v_2 = R_{s2} \cdot \frac{R_{K1}}{R_{K2}} \cdot \psi \tag{5}$$

Zwischen den Winkelgeschwindigkeiten gilt der Zusammenhang:

$$\varphi = \frac{R_{K1}}{R_{K2}} \cdot \psi \tag{6}$$

Wenn man die Gleichungen (4), (5) und (6) anwendet, muß man darauf achten, daß die Polstrecken R_j vorzeichenbehaftete Größen

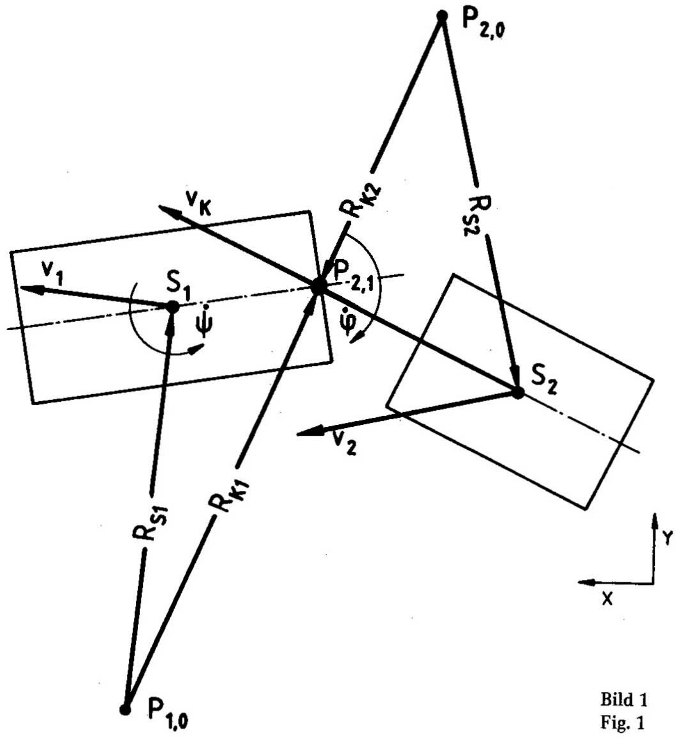

Bild 1
Fig. 1

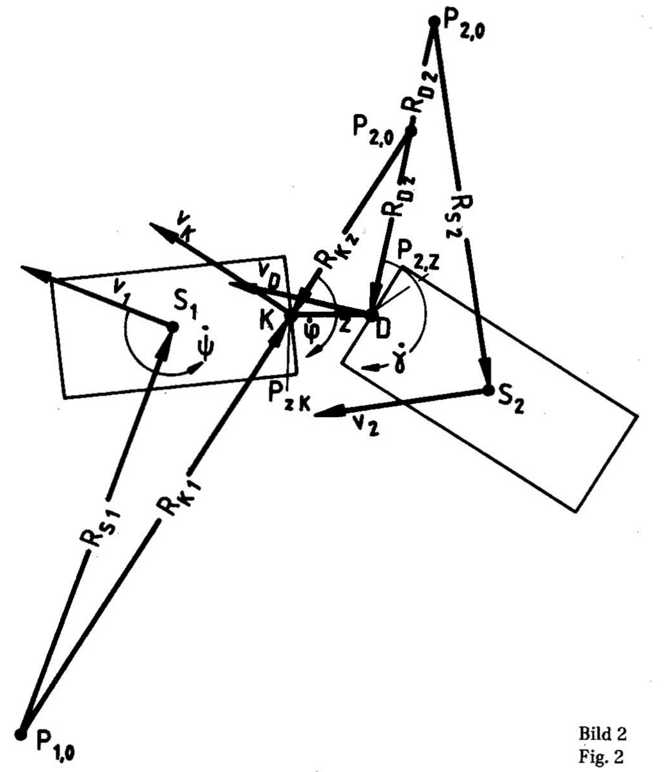

Bild 2
Fig. 2

sind. In Bild 1 sind die Polstrecken entsprechend der Vorzeichenkonvention für ψ und φ positiv dargestellt.

Die kinetische Energie nach Gleichung (3) ist als Funktion einer der gesuchten Geschwindigkeiten auszudrücken. Damit kann nach Gleichung (1) die inkrementelle Geschwindigkeitsänderung aus der Reibarbeit entlang der betrachteten Wegstrecken von 1 nach 2 berechnet werden.

So gilt zum Beispiel:

$$\Delta\psi_{1\text{-}2} = \sqrt{2 \cdot \frac{W_{R\,1\text{-}2} - \Delta E_{p\,1\text{-}2}}{m_1 \cdot (R_{s1}^2 + i_1^2) + m_2 \cdot (R_{K1}^2/R_{k2}^2)\,(R_{s2}^2 + i_2^2)}} \quad (7)$$

Mit den Gleichungen (4) bis (7) läßt sich der vollständige Geschwindigkeitszustand im Zustand 2 angeben. Ausgehend vom Stillstand des Gespanns läßt sich so sukzessiv der Stoßausgangs-Geschwindigkeitszustand ermitteln. Die inkrementelle Reibarbeit entlang eines Wegelements wird dabei nach der in [2] beschriebenen Methode bestimmt.

2.2 Gespanne mit fünf Freiheitsgraden

Bei Fahrzeuggespannen mit gelenktem Anhänger (z.B. Lastzügen) muß ein fünfter Freiheitsgrad in der Ebene – die Gelenkbewegung im Drehkranz – in die Betrachtung aufgenommen werden.

Die kollisionsmechanischen Grundgleichungen für das ebene Modell mit fünf Freiheitsgraden wurden bereits in [1] dargelegt. Im folgenden werden die Beziehungen für die Auslaufanalyse bei solchen Modellen aufgezeichnet.

Der Referenzgeschwindigkeitszustand wird durch die Größen ϑ_1, ϑ_2, ψ, φ und γ festgelegt, wobei jetzt φ die Winkelgeschwindigkeit der »masselosen« Deichsel und γ die Winkelgeschwindigkeit des Anhängers sind.

$$E_k = \tfrac{1}{2}\, m_1\, (v_1^2 + i_1^2 \cdot \psi^2) + \tfrac{1}{2}\, m_2\, (v_2^2 + i_2^2 \cdot \gamma^2) \quad (8)$$

Bild 2 zeigt einen möglichen Geschwindigkeitszustand des Modells und die zugehörige Momentanpolkonfiguration. Mit den Bezeichnungen nach Bild 2 ergibt sich folgender Zusammenhang zwischen den Referenzgeschwindigkeiten:

$$v_1 = R_{s1} \cdot \psi \quad (9)$$

$$v_2 = \frac{R_{DZ}}{R_{D2}} \cdot \frac{R_{K1}}{R_{KZ}} \cdot R_{s2} \cdot \psi \quad (10)$$

$$\varphi = \frac{R_{K1}}{R_{KZ}} \cdot \psi \quad (11)$$

$$\gamma = \frac{R_{DZ}}{R_{D2}} \cdot \frac{R_{K1}}{R_{KZ}} \cdot \psi \quad (12)$$

Damit läßt sich die kinetische Energie nach jeder dieser Referenzgeschwindigkeiten explizit auflösen. Analog zu Gleichung (7) erhält man die inkrementelle Änderung der Winkelgeschwindigkeit $\Delta\psi$:

$$\Delta\psi_{1\text{-}2} = \sqrt{2 \cdot \frac{W_{R\,1\text{-}2} - \Delta E_{p\,1\text{-}2}}{m_1(R^2_{s1} + i^2_1) + m_2(R^2_{DZ}/R^2_{D2}) \cdot (R^2_{K1}/R^2_{KZ}) \cdot (R^2_{s2} + i^2_2)}} \quad (13)$$

Die weitere Vorgehensweise ist völlig identisch zu der beim Modell mit vier Freiheitsgraden.

3 Zusammenfassung

Die Analyse von Verkehrsunfällen, bei denen Fahrzeuggespanne beteiligt sind, bedarf einer ergänzten Theorie sowohl zur Beschreibung des »Stoßes« als auch der »Auslaufbewegung«. Nachdem in einer früheren Veröffentlichung [1] der erste Problemkreis ausführlich diskutiert worden ist, liefert die vorliegende Arbeit die theoretischen Grundlagen für die Auslaufanalyse bei Gespannen.

Ausgehend vom Arbeitssatz der Mechanik wurden unter der Annahme ebener Kinematik die Gleichungen für eine »manuelle« Auslaufanalyse nach [2] aufbereitet. Damit können alle Eingabedaten für die kollisionsmechanische Berechnung anhand dokumentierter Spuren der Auslaufbewegung ermittelt werden.

Literaturnachweis

[1] Schimmelpfennig, K.-H., Nackenhorst, U.: Fahrzeuggespanne als Eingangs-Größe für die Kollisionsgeschwindigkeitsberechnung, Verkehrsunfall und Fahrzeugtechnik 1987, Heft 4

[2] Becke, M., Golder U.: Manuelle Auslaufanalyse über das Polstrecken-Verfahren, Verkehrsunfall und Fahrzeugtechnik, 1984, Heft 2

[3] Nackenhorst, U.: »Dreidimensionale Analyse der Auslaufbewegung verunfallter Personenwagen« theoretische Studienarbeit RU Bochum, 1987

Verwendete Formelzeichen

D	Drehpunkt des Drehkranzes
E_K	kinetische Energie
E_m	mechanische Energie
E_p	potentielle Energie
i_j	Trägheitsradius des Fahrzeugs »j«
K	Anhänger-Ankuppelpunkt
m_j	Masse des Fahrzeugs »j«
$P_{i,j}$	Momentanpol des Körpers »i« gegenüber dem Körper »j« ($j = 0$: Inertialsystem)
R_e	Polstrecke zum Punkt »e«
v_j	Schwerpunktsgeschwindigkeit des Körpers »j«
W_R	Reibarbeit
z	Kennziffer für die Zugdeichsel beim Modell mit fünf Freiheitsgraden
γ	Drehwinkelgeschwindigkeit des Anhängers
φ	Drehwinkelgeschwindigkeit der Deichsel
ψ	Gierwinkelgeschwindigkeit des Zugfahrzeugs
$\Delta(..)_{1-2}$	inkrementelle Änderung entlang des Wegstücks von 1 nach 2 ■